

## WPŁYW LOKALNYCH WARUNKÓW SIEDLISKOWYCH NA KSZTAŁT PNIA I DOKŁADNOŚĆ OKREŚLANIA MIĄŻSZOŚCI GRUBIZNY SOSNY ZWYCZAJNEJ

Bogdan Wertz✉

Wydział Leśny, Uniwersytet Rolniczy im. Hugona Kołłątaja w Krakowie  
al. 29 Listopada 46, 31-426 Kraków

### ABSTRAKT

Kształt pnia drzew może być opisany poprzez modele zbieżności, stanowiące matematyczne ujęcie zmian grubości wraz z wysokością, co w konsekwencji umożliwia przewidywanie miąższowości wybranych fragmentów pni. Celem pracy była ocena różnic kształtu pni sosny zwyczajnej (*Pinus sylvestris* L.) rosnącej na różnych siedliskach oraz opracowanie lokalnych modeli zbieżności, specyficznych dla analizowanych siedlisk oraz modelu wspólnego. Ponadto oceniono wielkość błędu określania miąższowości grubizny przy wykorzystaniu opracowanych modeli lokalnych oraz wykorzystywanych w praktyce modeli ogólnych w postaci wzorów empirycznych oraz tablic miąższowości drzew stojących. Ocena zbudowanych modeli zbieżności pozwala na stwierdzenie, że w badanych warunkach kształt pni sosny zwyczajnej różnił się istotnie między siedliskami, a testowane modele ogólne do określania miąższowości grubizny obarczone były błędem systematycznym. Dokładniejsze przewidywanie miąższowości grubizny sosny zwyczajnej może wymagać korekty parametrów stosowanych modeli ogólnych lub konstrukcji modeli lokalnych.

**Słowa kluczowe:** *Pinus sylvestris* L., określanie miąższowości, modele zbieżności

### WSTĘP

Miąższość, czyli objętość drewna, jest jedną z najważniejszych dendrometrycznych cech drzew określanych w praktyce leśnej. Stanowi podstawę opisanego zasobności drzewostanów, planowania intensywności cięć i zabiegów oraz prognozowania zysku ze sprzedaży drewna. Najważniejszą pod względem użytkowym część drzewa stanowi tzw. grubizna, czyli fragment pnia oraz gałęzi grubszych niż 7 cm, mierzonych w cieńszym końcu w korze. Określanie miąższowości grubizny na drzewach ściętych jest stosunkowo proste ze względu na możliwość łatwego, bezpośredniego pomiaru taśmą długości pnia oraz dostęp do przekrojów drzewa na dowolnych wysokościach. W praktyce

leśnej do określania miąższowości grubizny oraz innych fragmentów pni wykorzystuje się przede wszystkim wzór środkowego przekroju (Hubera), oparty na długości danej sztuki oraz pojedynczym przekroju poprzecznym, położonym w jej połowie. Sporadycznie wykorzystuje się w tym celu również wzór grubości krańcowych (Smaliana), oparty na długości sztuki oraz obu przekrojach skrajnych. Chcąc zwiększyć dokładność określania miąższowości grubizny na drzewach ściętych, zwykle sięga się po wzory sekcyjne, oparte na wielu przekrojach poprzecznych, choć w praktyce sposób ten wykorzystuje się jedynie w opracowaniach o charakterze naukowym, w ekspertyzach lub

✉ bogdan.wertz@urk.edu.pl

w przypadku określania miąższości drewna wyjątkowo cennego. Określanie miąższości drzew żywych stanowi dla praktyki leśnej znacznie większe wyzwanie niż pomiar drzew ściętych. Sam pomiar wysokości drzew jest pracochłonny i podatny na błędy (Stereńczak i in., 2019), ponadto możliwość bezpośredniego pomiaru grubości na pniu dotyczy jedynie przekrojów poprzecznych położonych stosunkowo nisko. W praktyce do celu określania miąższości wykorzystuje się pierśnicowe pole przekroju, położone na wysokości 1,3 m od gruntu, a przy określonej wysokości i pierśnicy drzewa dokładność określania miąższości grubizny zależy ostatecznie od możliwości uwzględnienia specyficznych cech kształtu pnia.

W naukach leśnych istnieje obecnie kilka sposobów na liczbowe ujęcie kształtu pnia drzew przy określaniu ich miąższości. Podstawowym rozwiązaniem, stosowanym w praktyce w wielu krajach Europy jest wykorzystanie tzw. pierśnicowej liczby kształtu, czyli współczynnika wyrażającego stosunek miąższości (objętości) określonej części drzewa do objętości walca, opartego na przekroju pierśnicowym oraz wysokości drzewa. Zebranie bogatej bazy danych empirycznych wielu drzew, na podstawie której określono przewidywane wartości przeciętnej liczby kształtu drzew o określonej pierśnicy i wysokości, pozwoliło na stworzenie używanych powszechnie tzw. tablic miąższości drzew stojących. Ten empiryczny, statyczny model pozwala na bezpośrednie i łatwe określenie miąższości grubizny dla podstawowych gatunków lasotwórczych na podstawie znanej pierśnicy i wysokości drzewa. Pomimo że tablice miąższości drzew stojących stanowią model ogólny, który z założenia ma dawać nieobciążone oszacowanie miąższości, warto zauważyć, że tablice te bazują na materiale empirycznym pochodzącym również spoza obszaru Polski, a co nawet istotniejsze – charakteryzują liczby kształtu drzew, których młodość przypadała na XIX, a nierzadko nawet i XVIII wiek. Liczne zmiany, jakie zachodziły w środowisku przyrodniczym i gospodarce leśnej na przestrzeni ostatnich nie tylko stuleci, ale nawet dekad powodują, że kształt drzew stale ulega zmianie (Luoma i in., 2019; Kangas i in., 2020), zatem wartości liczb kształtu zawarte w tablicach mogą znacznie odbiegać od obecnie występujących. Nowszym rozwiązaniem jest opracowywanie wzorów empirycznych bazujących na bardziej aktualnym

materiale badawczym. Zasadniczo wzory te pozwalają określić liczbę kształtu lub bezpośrednio miąższość grubizny drzew określonego gatunku w zależności od pierśnicy drzewa (Bruchwald i in., 2000), choć mogą wykorzystywać obok pierśnicy jako zmienne niezależne również inne cechy drzewa, takie jak wysokość oraz wybrane cechy drzewostanu, np. przeciętną pierśnicę i przeciętną wysokość (Bruchwald i Rymer-Dużińska, 1978).

Rzeczywisty kształt pnia stanowi wypadkową wielu czynników oddziałujących w czasie całego okresu życia drzewa. Wśród teorii tłumaczących różnice w kształcie pnia drzew warto wspomnieć o mechanicznej teorii Metzgera, bazującej na różnym usytuowaniu drzewa w stosunku do drzew otaczających i opisującej działanie sił zginających na pień, które zależą od siły wiatru i powierzchni korony (Metzger, 1893; Morgan i Cannell, 1994; Mäkelä, 2002). Zgodnie z tą teorią drzewa rosnące bliżej brzegu drzewostanu poddawane są większemu stresowi zginającymi przy podstawie drzewa i muszą inwestować tam stosunkowo więcej zasobów i wytwarzać szersze słoje przyrostu rocznego, czego efektem jest ich większa zbieżystość oraz mniejsza wysokość. Obok samego gatunku drzewa i jego predyspozycji genetycznych oraz wieku drzewa, za jeden z najważniejszych czynników wpływających na ilość drewna odkładanego na różnych przekrojach poprzecznych uznać można sytuację konkurencyjną drzewa, która determinuje liczbę dostępnych asymilatów i możliwości wzrostu, a także alokację biomasy (Wertz i in., 2020). Różnice alokacji zasobów i kształtu pnia drzew tłumaczy również teoria przewodnictwa (Shinozaki i in., 1964a; 1964b), która zakłada stały stosunek masy aparatu asymilacyjnego do powierzchni przekroju drewna, którym dostarczana jest woda. Teoria ta dowiodła przydatności w wyjaśnianiu alokacji zasobów szczególnie w obrębie korony drzewa u drzew różnych gatunków, w różnym wieku i rosnących na różnych siedliskach (Lehnebach i in., 2018). Istnieją jednak prace postulujące uszczegółowienie teorii przewodnictwa dla sosny zwyczajnej, ponieważ wykazano, że modele bazujące na tej teorii powinny brać pod uwagę fazę rozwoju drzewostanu oraz pozycję socjalną drzewa (Jelonek i in., 2008).

Sama pierśnicowa liczba kształtu stanowi syntetyczne ujęcie wypełnienia określonej objętości przez drzewo i pozwala jedynie w bardzo ograniczonym

zakresie wnioskować o różnicach kształtu pni drzew. Ocena taka jest możliwa dopiero na podstawie bardziej zaawansowanych modeli pozwalających na przewidywanie grubości drzewa na określonej, często dowolnej wysokości, czyli tzw. modeli zbieżystości. Wiele dotychczasowych opracowań dowodzi, że modele zbieżystości pozwalające na matematyczne opisanie kształtu pni drzew, a w konsekwencji przewidywanie miąższości ich wybranych fragmentów, stanowią bardzo cenne narzędzie w leśnictwie (Kozak, 2004; Li i Weiskittel, 2010; McTague i Weiskittel, 2021; Salekin i in., 2021). Nadal jednak poszukiwane i omawiane są różne sposoby ich tworzenia. W celu modelowania kształtu drzew wykorzystuje się m.in. modele mieszane, pozwalające na uwzględnienie autokorelacji związanej z czynnikami losowymi (Kozak, 1997; Lejeune i in., 2009; Cao i Wang, 2011; Bronisz i Zasada 2019), czy też sieci neuronowe, pozwalające na osiągnięcie dużej dokładności predykcji (Socha i in., 2020). Z powodzeniem można wykorzystywać jednak również stosunkowo proste modele parametryczne, oparte na funkcjach krzywoliniowych (Socha, 2004) lub regresji liniowej (Socha, 2002; Socha i Kubik, 2005), które stanowiąc mogą cenne narzędzie opisu kształtu pni drzew rosnących w specyficznych warunkach lokalnych, a także dają podstawy oceny zmian kształtu drzew w czasie. Wykorzystywane w praktyce modele zbieżystości zwykle jako zmienne wykorzystują stosunkowo łatwe do pomiaru cechy drzew, takie jak pierśnica lub wysokość. Warto jednak zauważyć, że dokładność tych modeli można potencjalnie podnieść dzięki wykorzystaniu dodatkowych zmiennych, takich jak parametry koron drzew lub dodatkowe przekroje poprzeczne położone wyżej na pniu, niedostępne do bezpośredniego pomiaru przy pomocy średnicomierza (Socha i Kubik, 2005). Bardzo obiecujące w tym zakresie wydają się techniki pomiarowe oparte na skaningu laserowym, szczególnie naziemnym (TLS), pozwalającym m.in. na określenie grubości pojedynczych drzew na wielu przekrojach położonych na różnych wysokościach, lecz również lotniczy (ALS), umożliwiający dokładny pomiar wysokości drzew. Integracja tych dwóch źródeł danych stanowi obecnie przedmiot wielu badań (Armston i in., 2016; Giannetti i in., 2018; Dobre i in., 2021), trudno jednak określić, czy i kiedy rozwiązania te staną realnie wdrożone do praktyki leśnej.

Precyzyjne określanie miąższości grubizny sosny zwyczajnej (*Pinus sylvestris* L.), która jest najważniejszym gospodarczo gatunkiem w Polsce, stanowi ważny cel licznych opracowań dendrometrycznych. Jednak obok sporządzonych i wykorzystywanych szeroko w praktyce modeli empirycznych, pozwalających na określenie wartości pierśnicowej liczby kształtu grubizny, opracowania modeli zbieżystości dla tego gatunku są nieliczne. Przygotowany przez Bruchwalda (2004) model do przewidywania grubości pnia sosny na określonych wysokościach wymaga miąższości znanej *a priori*, z kolei model opracowany przez Sochę i in. (2020) wykorzystuje metody analizy przy pomocy sieci neuronowych, nie dając łatwego do interpretacji i praktycznego wykorzystania zestawu parametrów. Prace te nie podejmują ponadto problematyki zmienności kształtu sosny zwyczajnej rosnących w różnych warunkach siedliskowych oraz tego, w jakim stopniu zasadne jest tworzenie lokalnych modeli zbieżystości, zamiast wykorzystania w tym celu modeli ogólnych.

Celem niniejszej pracy była ocena, w jakim stopniu różni się kształt sosny zwyczajnej rosnącej na różnych siedliskach, oraz opracowanie lokalnych modeli zbieżystości, specyficznych zarówno dla analizowanych siedlisk, jak i modelu dla nich wspólnego. Dodatkowym celem była ocena wielkości błędu określania miąższości grubizny sosny zwyczajnej przy wykorzystaniu opracowanych lokalnych modeli zbieżystości oraz zastosowanych w praktyce leśnej modeli ogólnych, w postaci wzorów empirycznych oraz tablic miąższości drzew stojących.

## METODYKA BADAŃ

Obiektem badań były trzy drzewostany rębne o dominującym udziale sosny zwyczajnej z terenu Nadleśnictwa Nowa Dęba, zlokalizowanego na Nizinie Sandomierskiej. Drzewostany próbne rosły na trzech różnych siedliskach (STL), typowych dla sosny zwyczajnej; boru świeżego (Bśw), boru mieszanego świeżego (BMśw) oraz boru mieszanego wilgotnego (BMw), które zostały określone na podstawie dostępnego opisu taksacyjnego dla Nadleśnictwa Nowa Dęba (tab. 1).

W każdym z drzewostanów próbnych wybrano losowo po 32 drzewa próbne (tab. 2), na których zaznaczono położenie pierśnicy (*dbh*), a następnie je ścięto. Po bezpośrednim pomiarze taśmą mierniczą

**Tabela 1.** Podstawowa charakterystyka drzewostanów próbnych  
**Table 1.** Basic characteristics of sample stands

STL	Numer wydzielenia	Współrzędne geograficzne (WGS84)	Wiek (lata)	Udział sosny %	D cm	H m	Klasa bonitacji	Vha m <sup>3</sup> /ha
Bśw	84c	50,4807 N 21,9250 E	98	100	35	24	II	402
BMśw	207a	50,4206 N 21,7857 E	100	90	38	27	I	212
BMw	290k	50,4358 N 21,6770 E	103	100	42	28	I	375

STL – siedliskowy typ lasu, D – przeciętna pierśnica, H – przeciętna wysokość, Vha – zasobność.

**Tabela 2.** Podstawowa charakterystyka drzew próbnych  
**Table 2.** Basic characteristics of sample trees

STL	Zmienna	Średnia ±SE	Odchylenie standardowe	Minimum–Maksimum
Bśw	dbh (cm)	31,4 ±2,5	2,54	26,6–35,6
	h (m)	25,4 ±1,3	1,30	21,9–27,3
	v (m <sup>3</sup> )	0,96 ±0,17	0,174	0,65–1,24
BMśw	dbh (cm)	33,0 ±4,0	4,03	23,8–43,6
	h (m)	23,5 ±1,9	1,92	19,8–27,4
	v (m <sup>3</sup> )	1,00 ±0,31	0,306	0,47–1,97
BMw	dbh (cm)	41,5 ±3,8	3,77	36,2–52,4
	h (m)	29,3 ±1,5	1,51	26,9–32,1
	v (m <sup>3</sup> )	1,72 ±0,41	0,405	1,19–2,80

dbh – pierśnica, h – wysokość, v – miąższość określona sekcyjnie, SE – błąd standardowy określania średniej.

całkowitej długości (*h*) każde drzewo próbne podzielono na sekcje o granicach na podstawie drzewa, w miejscu ścięcia oraz na wysokościach: 0,4 m, 0,7 m, 1 m, 1,3 m, 2 m i kolejno co jeden metr aż do wierzchołka, identyfikując dodatkowo położenie grubości 7 cm w korze stanowiącej granicę grubizny. Na granicach każdej sekcji przy pomocy średnicomierza zmierzono dwukrotnie prostopadle grubość pnia w korze oraz na co drugiej granicy sekcji przy pomocy koromierza zmierzono grubość kory z trzech stron pnia. Następnie obliczono rzeczywistą miąższość grubizny drzew próbnych w korze (*VR*) przy pomocy wzoru sekcyjnego Smaliana:

$$VR = \sum_{s=1}^{s=n} \frac{g_{sl} + g_{su}}{2} \cdot l_s \quad (1)$$

gdzie:

- VR* – rzeczywista miąższość grubizny
- s* – numer sekcji
- n* – liczba wszystkich sekcji
- g<sub>sl</sub>* – pole przekroju dolnej granicy sekcji
- g<sub>su</sub>* – pole przekroju górnej granicy sekcji
- l<sub>s</sub>* – długość sekcji.

Aby opisać kształt pnia badanych sosen, zbudowano lokalne modele zbieżystości w dwóch wariantach: oddzielnie dla każdego z trzech analizowanych siedlisk

(ES) oraz model wspólny dla wszystkich drzewostanów (EO). Modele zbieżystości opracowano zgodnie z metodyką zaproponowaną przez Slobodę (1984), opisaną szczegółowo przez Fabrikę i Pretzscha (2013), która przedstawia się następująco:

- a) wszystkie wysokości położenia miejsc pomiaru grubości na drzewach przedstawiono w skali względnej, dzieląc wysokość położenia danego przekroju  $h_i$  przez całkowitą długość drzewa  $h$ , a następnie na podstawie interpolacji liniowej określono grubości  $d_{hw}$  na 21 wysokościach względnych  $hw$ , rozmieszczonych równomiernie co 0,05 długości względnej, od podstawy aż do wierzchołka
- b) dla każdej wysokości względnej  $hw$  skonstruowano oddzielne równanie regresji liniowej, w którym grubość  $d_{hw}$  wyrażono jako funkcję pierśnicy drzewa  $dbh$ :

$$d_{hw} = a_{hw} \cdot dbh + b_{hw} \quad (2)$$

- c) otrzymane serie parametrów  $a_k$  oraz  $b_k$  wyrażono jako funkcję wysokości względnej  $hw$  przy pomocy modeli wielomianowych szóstego stopnia:

$$a_{hw} = p_6 \cdot h_{hw}^6 + p_5 \cdot h_{hw}^5 + p_4 \cdot h_{hw}^4 + p_3 \cdot h_{hw}^3 + p_2 \cdot h_{hw}^2 + p_1 \cdot h_{hw} + p_0 \quad (3)$$

$$b_{hw} = q_6 \cdot h_{hw}^6 + q_5 \cdot h_{hw}^5 + q_4 \cdot h_{hw}^4 + q_3 \cdot h_{hw}^3 + q_2 \cdot h_{hw}^2 + q_1 \cdot h_{hw} + q_0 \quad (4)$$

Model pozwala na łatwe określenie grubości  $d_{hw}$  na dowolnej wysokości względnej  $hw$ . Na podstawie znanych parametrów  $p$  i  $q$  najpierw oblicza się przewidywane wartości parametrów  $\hat{a}_{hw}$  i  $\hat{b}_{hw}$ , a następnie korzystając z równania liniowego, oblicza się przewidywaną grubość  $d_{hw}$  na podstawie pierśnicy drzewa  $dbh$ .

Dokładność zbudowanych lokalnych modeli zbieżystości (ES, EO) oceniono na podstawie wielkości absolutnego błędu określania grubości danego modelu na wysokościach względnych  $hw$ , obliczonego wg wzoru:

$$Ed_{hwX} = d_{hwX} - d_{hw} \quad (\text{cm}) \quad (5)$$

gdzie:

$Ed_{hwX}$  – błąd procentowy wtórny określania grubości na wysokości  $hw$  wg modelu  $X$

$d_{hwX}$  – grubość na wysokości  $hw$  wg modelu  $X$

$d_{hw}$  – rzeczywista grubość na wysokości  $hw$ .

Aby ocenić dokładność przewidywania miąższości grubizny na podstawie opracowanych lokalnych modeli zbieżystości (ES, EO) oraz porównać ją z modelami ogólnymi, obliczono przewidywaną miąższość grubizny na podstawie grubości na granicach sekcji, przewidywanych na podstawie modeli zbieżystości oraz wzoru sekcyjnego Smaliana. Aby określić miąższość grubizny badanych sosen, wykorzystano trzy modele ogólne:

- a) model linii liczb kształtu (BDH), wykorzystujący jako zmienne niezależne pierśnicę drzewa  $dbh$ , przeciętną pierśnicę drzewostanu  $Dg$  i przeciętną wysokość drzewostanu  $HL$ , które zostały obliczone na podstawie pomiarów drzew próbnych (Bruchwald i Rymer-Dudzińska, 1978)
- b) model pierśnicowej liczby kształtu (BD), wykorzystujący jako zmienną niezależną pierśnicę drzewa  $dbh$  (Bruchwald i in., 2000).

Dokładność określania miąższości grubizny przy pomocy poszczególnych modeli lokalnych (ES i EO) oraz modeli ogólnych (BDH, BD, TAB) oceniono, obliczając dla każdego drzewa próbnego błąd procentowy wtórny danego modelu wg wzoru:

$$VE = \frac{V - VR}{VR} \cdot 100 \quad (\%) \quad (6)$$

gdzie:

$VE_x$  – błąd procentowy wtórny określania miąższości grubizny wg metody  $X$

$V_x$  – miąższość grubizny wg metody  $X$

$VR$  – rzeczywista miąższość grubizny określona sekcyjnie.

Aby rozdzielić wpływ poszczególnych modeli lokalnych i ogólnych (ES, EO, BDH, BD i TAB) oraz żyzności siedliska (bór – B, bór mieszany – BM) i uwilgotnienia siedliska (świeże – św, wilgotne – w), wprowadzono je jako tzw. zmienne sztuczne do modelu regresji wielorakiej opisującego wielkość błędu określania miąższości grubizny. Wszystkie obliczenia i analizy statystyczne przeprowadzono w pakiecie R w wersji 4.2.0 (R Core Team 2022).

## WYNIKI BADAŃ

Wartości parametrów  $a_{hw}$  i  $b_{hw}$ , czyli odpowiednio współczynników kierunkowych oraz wyrazów

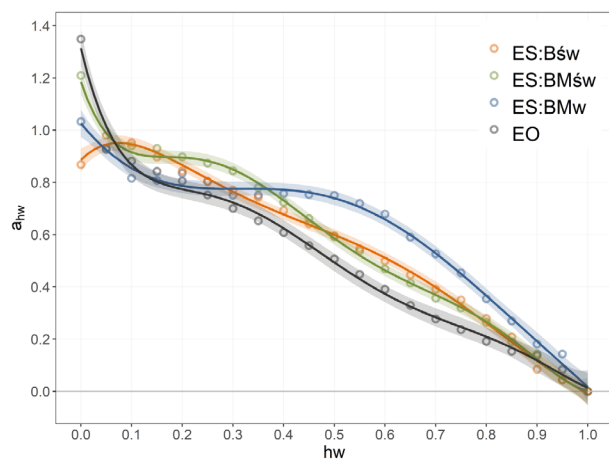
**Tabela 3.** Wartości i błąd standardowy oszacowania parametrów  $a_{hw}$  i  $b_{hw}$  równań liniowych, opisujących zależność grubości rzeczywistej  $d_{hw}$  i pierśnicy drzewa  $bdh$  na różnych wysokościach względnych  $hw$  dla sosny zwyczajnej; oddzielnie dla każdego z trzech analizowanych siedlisk (ES) i modelu wspólnego (EO). Pogrubiono wartości istotne statystycznie

**Table 3.** Values and associated standard error of the estimation of parameters  $a_{hw}$  and  $b_{hw}$  of linear equations, describing the relationship between the real diameter  $d_{hw}$  and tree  $bdh$  at different relative heights  $hw$  for Scots pine; specific for each analyzed habitats (ES) and the common model (EO). Statistically significant values are bolded

$h_w$	ES:Bśw		ES:BMśw		ES:BMw		EO	
	$a_{hw}$	$b_{hw}$	$a_{hw}$	$b_{hw}$	$a_{hw}$	$b_{hw}$	$a_{hw}$	$b_{hw}$
0,00	<b>0,87 ±0,07</b>	<b>14,14 ±2,14</b>	<b>1,21 ±0,12</b>	5,10 ±4,09	<b>1,03 ±0,15</b>	<b>14,36 ±6,46</b>	<b>1,35 ±0,05</b>	0,24 ±1,87
0,05	<b>0,98 ±0,01</b>	<b>0,71 ±0,25</b>	<b>0,93 ±0,02</b>	<b>3,09 ±0,72</b>	<b>0,93 ±0,01</b>	<b>2,61 ±0,49</b>	<b>0,93 ±0,01</b>	<b>2,54 ±0,28</b>
0,10	<b>0,95 ±0,02</b>	0,27 ±0,54	<b>0,94 ±0,03</b>	0,28 ±0,85	<b>0,82 ±0,04</b>	<b>5,00 ±1,57</b>	<b>0,88 ±0,01</b>	<b>2,32 ±0,41</b>
0,15	<b>0,90 ±0,03</b>	0,81 ±0,86	<b>0,93 ±0,03</b>	-0,56 ±1,02	<b>0,81 ±0,04</b>	<b>3,65 ±1,73</b>	<b>0,84 ±0,01</b>	<b>2,36 ±0,48</b>
0,20	<b>0,84 ±0,03</b>	1,40 ±1,03	<b>0,90 ±0,04</b>	-0,60 ±1,21	<b>0,84 ±0,04</b>	0,89 ±1,86	<b>0,81 ±0,02</b>	<b>2,39 ±0,54</b>
0,25	<b>0,80 ±0,04</b>	1,56 ±1,16	<b>0,87 ±0,04</b>	-0,85 ±1,30	<b>0,80 ±0,04</b>	0,40 ±1,67	<b>0,75 ±0,02</b>	<b>2,96 ±0,57</b>
0,30	<b>0,77 ±0,04</b>	1,52 ±1,36	<b>0,84 ±0,04</b>	-0,92 ±1,37	<b>0,75 ±0,05</b>	0,99 ±1,89	<b>0,70 ±0,02</b>	<b>3,56 ±0,64</b>
0,35	<b>0,74 ±0,05</b>	1,25 ±1,47	<b>0,78 ±0,05</b>	0,06 ±1,61	<b>0,75 ±0,05</b>	-0,66 ±1,99	<b>0,65 ±0,02</b>	<b>3,92 ±0,71</b>
0,40	<b>0,69 ±0,05</b>	1,70 ±1,49	<b>0,72 ±0,06</b>	0,68 ±1,86	<b>0,76 ±0,06</b>	-2,62 ±2,37	<b>0,61 ±0,02</b>	<b>4,14 ±0,80</b>
0,45	<b>0,64 ±0,05</b>	2,13 ±1,51	<b>0,66 ±0,06</b>	1,43 ±2,03	<b>0,75 ±0,06</b>	-4,20 ±2,62	<b>0,56 ±0,02</b>	<b>4,51 ±0,87</b>
0,50	<b>0,60 ±0,05</b>	2,43 ±1,50	<b>0,59 ±0,07</b>	2,34 ±2,36	<b>0,75 ±0,07</b>	<b>-5,86 ±2,82</b>	<b>0,51 ±0,03</b>	<b>4,87 ±0,97</b>
0,55	<b>0,55 ±0,05</b>	2,86 ±1,47	<b>0,54 ±0,07</b>	2,75 ±2,37	<b>0,72 ±0,07</b>	<b>-6,45 ±2,91</b>	<b>0,45 ±0,03</b>	<b>5,48 ±1,00</b>
0,60	<b>0,50 ±0,04</b>	<b>3,11 ±1,40</b>	<b>0,47 ±0,07</b>	3,60 ±2,41	<b>0,68 ±0,07</b>	<b>-6,61 ±2,85</b>	<b>0,39 ±0,03</b>	<b>6,03 ±1,01</b>
0,65	<b>0,45 ±0,05</b>	<b>3,56 ±1,51</b>	<b>0,41 ±0,07</b>	3,95 ±2,40	<b>0,59 ±0,06</b>	-4,79 ±2,42	<b>0,33 ±0,03</b>	<b>6,69 ±0,96</b>
0,70	<b>0,39 ±0,05</b>	<b>3,82 ±1,54</b>	<b>0,36 ±0,07</b>	4,27 ±2,38	<b>0,53 ±0,06</b>	-4,09 ±2,34	<b>0,28 ±0,03</b>	<b>6,85 ±0,94</b>
0,75	<b>0,35 ±0,06</b>	3,39 ±1,76	<b>0,32 ±0,06</b>	3,57 ±2,14	<b>0,45 ±0,05</b>	-3,20 ±2,13	<b>0,24 ±0,02</b>	<b>6,37 ±0,88</b>
0,80	<b>0,28 ±0,07</b>	3,51 ±2,06	<b>0,26 ±0,06</b>	3,34 ±2,07	<b>0,35 ±0,05</b>	-1,40 ±1,98	<b>0,19 ±0,02</b>	<b>5,78 ±0,83</b>
0,85	<b>0,21 ±0,06</b>	3,30 ±1,87	<b>0,19 ±0,06</b>	3,60 ±2,14	<b>0,27 ±0,04</b>	-0,30 ±1,56	<b>0,15 ±0,02</b>	<b>4,79 ±0,76</b>
0,90	0,08 ±0,06	4,02 ±1,91	<b>0,14 ±0,06</b>	2,30 ±2,11	<b>0,18 ±0,03</b>	0,53 ±1,38	<b>0,14 ±0,02</b>	<b>2,41 ±0,71</b>
0,95	0,04 ±0,04	2,12 ±1,38	0,04 ±0,05	2,21 ±1,57	<b>0,14 ±0,03</b>	-1,54 ±1,30	<b>0,08 ±0,02</b>	0,89 ±0,55
1,00	<b>0,00 ±0,00</b>	0,00 ±0,00	<b>0,00 ±0,00</b>	<b>0,00 ±0,00</b>	<b>0,00 ±0,00</b>	<b>0,00 ±0,00</b>	<b>0,00 ±0,00</b>	<b>0,00 ±0,00</b>

wolnych równań liniowych, opisujących zależność grubości rzeczywistej  $d_{hw}$  i pierśnicy drzewa  $bdh$  wykazują wyraźną zależność od wysokości względnej  $hw$  na pniu w każdym ze skonstruowanych modeli (tab. 3, rys. 1–2). Parametr  $a_{hw}$  opisuje średni stosunek grubości na danej wysokości do pierśnicy, zatem jego wartość stopniowo spada wraz z wysokością na pniu,

spadek ten jest jednak istotnie różny u sosen z różnych badanych siedlisk. Model wspólny (EO) wskazuje, że przeciętnie u wszystkich sosen spadek grubości był największy w części odziomkowej, a później następował niemal liniowo. Dzięki analizie modeli specyficznych dla badanych siedlisk (ES) uwidaczniają się jednak wyraźne różnice w kształcie pnia badanych sosen.

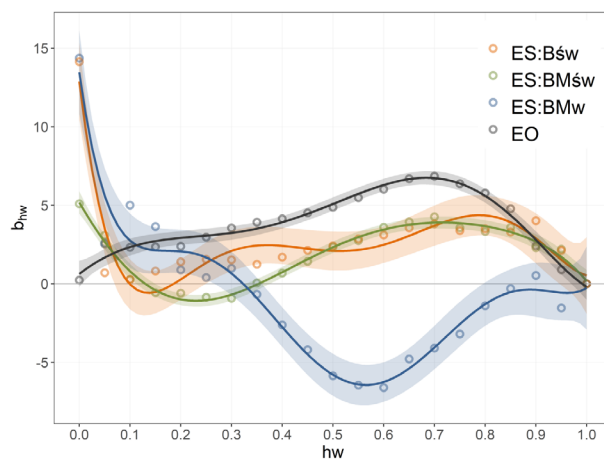


**Rys. 1.** Zależność wartości parametrów  $a_{hw}$  równań liniowych opisujących zależność grubości rzeczywistej  $d_{hw}$  i pierściny drzewa  $bdh$  na różnych wysokościach względnych  $hw$  dla opracowanych lokalnych modeli zbieżystości sosny zwyczajnej, oddzielnych dla każdego z trzech analizowanych siedlisk (ES) i modelu wspólnego (EO)

**Fig. 1.** Dependence of the values of parameters  $a_{hw}$  of linear equations describing the relationship between the real diameter  $d_{hw}$  and tree  $bdh$  at different relative heights  $hw$  for the developed local taper models of Scots pine; specific for each analyzed habitats (ES) and the common model (EO)

Najbardziej zbliżony przebieg do modelu ogólnego ma zmiana grubości drzew na siedlisku boru świeżego (Bśw) i boru mieszanego świeżego (BMśw), podczas gdy wyraźnie odbiega od nich kształt sosen rosnących na siedlisku boru mieszanego wilgotnego. Drzewa te wykazują bowiem aż do połowy długości pnia znacznie mniejszą zbieżystość, czyli spadek grubości wraz z wysokością, natomiast znacznie większy spadek grubości występuje u nich w części wierzchołkowej.

Powyższe zależności syntetycznie opisują opracowane równania regresji wielomianowej o parametrach  $p$  i  $q$  dla w poszczególnych modelach zbieżystości (tab. 4). Dzięki wykorzystaniu lokalnych modeli zbieżystości sosny zwyczajnej możliwa staje się ocena ich przydatności do przewidywania grubości na różnych wysokościach (rys. 3). Modele specyficzne dla poszczególnych siedlisk (ES) przeciętnie przewidywały grubość drzew bez błędów systematycznych, chociaż maksymalne różnice między rzeczywistą, a przewidywaną grubością drzew na różnych wysokościach sięgały 2 cm na najuboższym siedlisku boru



**Rys. 2.** Zależność wartości parametrów  $b_{hw}$  równań liniowych opisujących zależność grubości rzeczywistej  $d_{hw}$  i pierściny drzewa  $bdh$  na różnych wysokościach względnych  $hw$  dla opracowanych lokalnych modeli zbieżystości sosny zwyczajnej, oddzielnych dla każdego z trzech analizowanych siedlisk (ES) i modelu wspólnego (EO)

**Fig. 2.** Dependence of the values of parameters  $b_{hw}$  of linear equations describing the relationship between the real diameter  $d_{hw}$  and tree  $bdh$  at different relative heights  $hw$  for the developed local taper models of Scots pine; specific for each analyzed habitats (ES) and the common model (EO)

świeżego (Bśw) i przekraczały 3 cm na obu analizowanych siedliskach boru mieszanego (BMśw i BMw). Pomimo że maksymalne wartości błędów oszacowania grubości występowały przy podstawie drzewa, to nie miały one wyraźnie wraz z wysokością. Analiza otrzymanych błędów wskazuje, że model ogólny (EO) pozwala przewidywać grubość pnia z nieco większym błędem niż modele specyficzne (ES) dla badanych siedlisk. Największe różnice między grubością rzeczywistą oraz przewidywaną na podstawie modelu ogólnego (EO) występowały w najgrubszej, odziomkowej części drzew, gdzie średnia przewidywana grubość drzew była zawyżana na borze świeżym (BMśw) i nieco zaniżana na dwóch pozostałych siedliskach (Bśw i BMw). Błędy modelu ogólnego dla wyższych położeniach przekrojów na pniu były z kolei przeciętnie ujemne dla boru świeżego (Bśw) oraz boru mieszanego świeżego (BMśw), a dodatnie dla boru mieszanego wilgotnego (BMw).

Analiza błędów określania miąższości grubizny badanych sosen wyraźnie wskazuje, że lokalne modele

**Tabela 4.** Wartości parametrów  $p$  i  $q$  opracowanych lokalnych modeli zbieżności sosny zwyczajnej; oddzielnych dla każdego z trzech analizowanych siedlisk (ES) i modelu wspólnego (EO)

**Tabela 4.** Values of the  $p$  and  $q$  parameters of the developed local taper models of Scots pine; specific for each analyzed habitats (ES) and the common model (EO)

Parametr liniowy	Parametry regresji wielomianowej	Model			EO
		ES			
		Bśw	BMśw	BMw	
$a_{hw}$	$p_6$	-12,7	63,3	-7,8	46,0
	$p_5$	50,4	-208,5	22,1	-163,7
	$p_4$	-75,4	262,8	-17,6	225,4
	$p_3$	53,3	-157,2	-2,2	-150,2
	$p_2$	-18,4	44,2	6,8	49,2
	$p_1$	2,0	-5,8	-2,4	-8,1
	$p_0$	0,9	1,2	1,0	1,3
$b_{hw}$	$q_6$	2 161,7	-307,3	2 647,4	328,9
	$q_5$	-7 318,8	892,4	-8 774,4	-737,5
	$q_4$	9 555,3	-896,9	10 988,9	433,8
	$q_3$	-6 054,2	261,2	-6 428,1	36,0
	$q_2$	1 912,4	101,3	1 783,8	-87,1
	$q_1$	-268,8	-55,7	-231,3	25,0
	$q_0$	12,9	5,2	13,5	0,6

zbieżności charakteryzowały się najmniejszym błędem spośród przetestowanych metod (rys. 4). Zmienność błędu oszacowania miąższości dla pojedynczych drzew różniła się znacznie i była najmniejsza na siedlisku najuboższym, boru świeżego. Modele specyficzne dla danych siedlisk (ES) pozwoliły określać miąższość poszczególnych drzew dokładniej niż model wspólny (EO), różnice między tymi dwoma modelami były jednak nieistotne statystycznie (tab. 4). Szczególnie niewielkie różnice między tymi modelami wystąpiły na siedlisku boru świeżego (Bśw), największe zaś stwierdzono na siedlisku boru mieszanego wilgotnego (BMw). Wśród przetestowanych modeli ogólnych najdokładniejszy okazał się model tzw. „stałych linii liczb kształtu”, uwzględniający przeciętną pierśnicę oraz przeciętną wysokość drzewostanu (BDH), choć istotnie zaniżał on miąższość grubizny drzew na siedliskach świeżych (Bśw i BMśw), natomiast na siedlisku boru mieszanego wilgotnego (BMw) zawyżał miąższość grubizny, charakteryzując się największym błędem wśród wszystkich testowanych modeli. Oba pozostałe modele ogólne (BD i TAB) charakteryzowały się ogólnie podobną dokładnością, przy czym błąd określania miąższości grubizny badanych sosen na siedliskach świeżych (Bśw i BMśw) był największy wśród badanych metod. Metoda tablic (TAB) wykazała stosunkowo wysoką dokładność na siedlisku boru mieszanego wilgotnego (BMw).

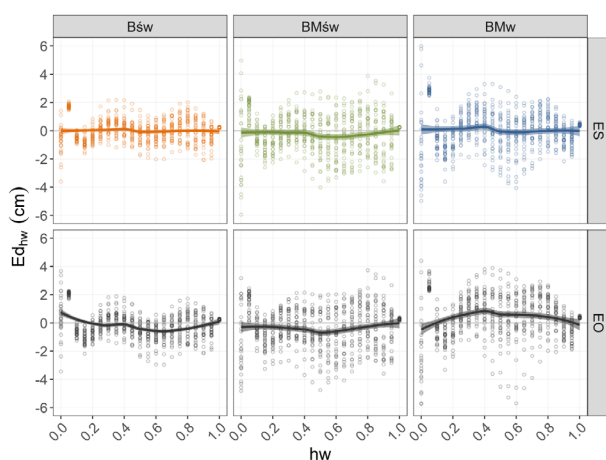
**Tabela 4.** Podsumowanie parametrów modelu regresji wielorakiej, oceniającej wpływ żyzności siedliska (BM:B), wilgotności siedliska (w:św) i testowanych metod (EO, ES, BDH, BD, TAB) na błąd procentowy wtórny VE określania miąższości grubizny sosny zwyczajnej.

**Table 4.** Summary of the parameters of the multiple regression model, assessing the impact of habitat fertility (BM:B), habitat humidity (w:św) and the tested methods (EO, ES, BDH, BD, TAB) on the relative error VE for determining the merchantable volume of the Scots pine.

Zmienna	P	CI	ST	p
(Intercept)	-1,5631	-2,7952 do -0,3309	-2,4927	0,013
BM:B	-0,4499	-1,5906 do -0,6909	-0,7749	0,439
w:św	7,6063	6,4655–8,7470	13,1022	<0,001
EO:ES	0,0056	-1,4671 do -1,4783	0,0074	0,994
BDH:ES	-2,8916	-4,3643 do -1,4189	-3,8582	<0,001
BD:ES	-4,3953	-5,8680 do -2,9226	-5,8645	<0,001
TAB:ES	-4,6916	-6,1643 do -3,2189	-6,26	<0,001

P – estymowana wartość parametru, CI – 95% przedział ufności dla parametru, ST – wartość statystyki testowej, p – prawdopodobieństwo testowe



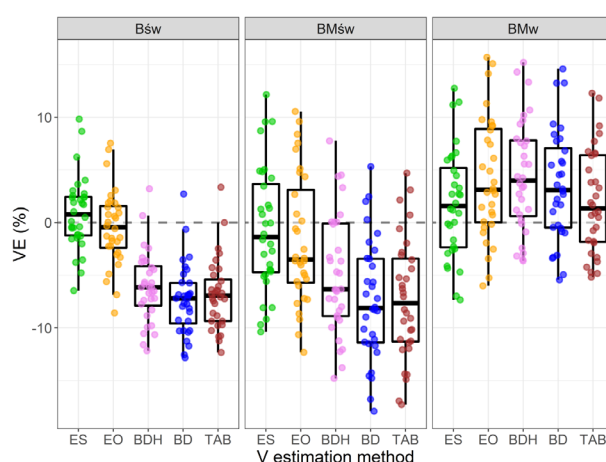


**Rys. 3.** Zależność absolutnego błędu określania grubości  $Ed_{hw}$  na różnych wysokościach względnych  $hw$  wg opracowanych lokalnych modeli zbieżności dla sosny zwyczajnej, oddzielnych dla każdego z trzech analizowanych siedlisk (ES) i modelu wspólnego (EO)

**Fig. 3.** The dependence of the absolute error  $Ed_{hw}$  of predicting the diameter at different relative heights  $hw$  according to the developed local taper models of Scots pine, specific for each analyzed habitats (ES) and the common model (EO)

## DYSKUSJA

Zbudowane modele zbieżności sosny zwyczajnej z nadleśnictwa Nowa Dęba wskazują, że kształt pni drzew wzrastających w odmiennych warunkach siedliskach różnił się od siebie. Przewidywanie grubości drzew na różnej wysokości przy pomocy zbudowanych modeli zbieżności było mniej dokładne w przypadku modelu wspólnego dla trzech analizowanych siedlisk (EO), który charakteryzował się średnio błędem ujemnym dla drzewostanów na siedliskach boru świeżego i boru mieszanego świeżego (odpowiednio  $-0,36$  cm i  $-0,18$  cm) oraz błędem dodatnim dla boru mieszanego wilgotnego ( $0,34$  cm), podczas gdy dla modeli specyficznych dla poszczególnych siedlisk (ES) błędy te były znacznie niższe (średnio  $-0,23$  cm dla BMśw,  $+0,03$  cm dla BMw oraz  $-0,003$  cm dla Bśw). Pomimo bardzo prostej postaci testowanego modelu zbieżności otrzymane przy jego pomocy błędy są porównywalne do błędów uzyskanych przy wykorzystaniu ośmiu różnych modeli zbieżności dla sosny z terenu Litwy, gdzie średni błąd określania grubości zawierał się w przedziale  $0,0234$ – $0,1051$  cm



**Rys. 4.** Wartości mediany (gruba czarna pozioma linia), dolnego i górnego kwartyla (czarne pudełko) oraz minimum i maksimum (czarna pionowa linia) błędu procentowego wtórnego VE określania miąższości grubizny sosny zwyczajnej (punkty), na podstawie opracowanych lokalnych modeli zbieżności (ES, EO) oraz testowanych modeli ogólnych (BDH, BD, TAB)

**Fig. 4.** Values of the median (thick black horizontal line), the lower and upper quartile (black box) and the minimum and maximum (black vertical line) of the relative error VE for determining the merchantable volume of the Scots pine (points), based on the developed local taper models (ES, EO) and tested general models (BDH, BD, TAB)

(Petrauskas, i in., 2011). Błędy te są z kolei nieco wyższe niż stwierdzone w badaniach świerka pospolitego z Nadleśnictwa Ujsoły oraz Węgierskiej Górki (Socha, 2002), jednak dla świerka zbudowano niezależne od siebie 20 modeli dla różnych wysokości i uwzględniono również dodatkowe cechy drzewa, takie jak wysokość oraz grubość na dodatkowych przekrojach, podczas gdy model zbudowany w niniejszej pracy integruje oddzielne równania w jedną funkcję, bazując jedynie na pierśnicy. Warto rozważyć udoskonalenie zastosowanej metodyki i rozszerzenie wykorzystanego modelu zbieżności na podstawie regresji wielorakiej, która uwzględniłaby dodatkowe zmienne wyjaśniające.

Wyniki wskazują na nieco większą dokładność w określaniu miąższości grubizny sosny zwyczajnej przy wykorzystaniu modeli specyficznych dla poszczególnych siedlisk (ES), dla których średni błąd był niższy niż  $\pm 1\%$ , poza siedliskiem boru mieszanego

wilgotnego, gdzie sięgnął +1,8%. Model wspólny dla wszystkich badanych siedlisk (EO) charakteryzował się nieco większym błędem średnim, w granicach  $\pm 2\%$  oraz +4,2% na siedlisku boru mieszanego wilgotnego. Wykorzystanie lokalnych modeli zbieżności skutkowało zatem stosunkowo wysoką dokładnością, a różnice między modelami specyficznymi dla poszczególnych siedlisk (ES) i modelem wspólnym (EO) nie były istotne statystycznie. Otrzymane wielkości błędu określania miąższości są bardzo podobne do błędów stwierdzonych dla sosny z obszaru Litwy, gdzie przy użyciu ośmiu różnych modeli zbieżności zawierały się w granicach od -2,14% do 4,22% (Petruskas i in. 2011).

Wykorzystanie stosowanych powszechnie modeli ogólnych, czyli tablic miąższości drzew stojących oraz wzorów empirycznych, do określania miąższości grubizny sosny zwyczajnej łączyło się z błędem systematycznym. Największy, ujemny błąd średni określania miąższości wynosił, zależnie od stosowanej metody, od -5,0% do -7,4% i dotyczył boru świeżego oraz boru mieszanego świeżego, czyli siedlisk, na których udział sosny w Polsce jest najwyższy. Z kolei dla siedliska boru mieszanego wilgotnego średni błąd określania miąższości grubizny był dodatni i kształtował się na poziomie +2,0%– do +4,4%. Warto zauważyć, że wykorzystanie wszystkich testowanych modeli ogólnych do określania miąższości grubizny sosny zwyczajnej skutkowało błędem tego samego znaku, podczas gdy w podobnych badaniach, dotyczących świerka z Beskidów modele ogólne miały błędy różnych znaków (Socha, 2003). Wynika z tego, że drzewa na analizowanych siedliskach odbiegają kształtem od przeciętnych wartości przewidywanych przez modele ogólne. Obserwacja ta wskazuje na konieczność dalszego udoskonalania modeli ogólnych i sugeruje, że kształt drzew rosnących obecnie może różnić się od kształtu drzew, na podstawie których opracowano ich parametry. To spostrzeżenie potwierdzają rezultaty badań nad zmianą kształtu pnia sosen zarówno z Finlandii (Kangas i in., 2020), jak i z Kanady (Muhairwe, 2011), należałoby jednak zweryfikować je na bogatszym materiale badawczym, obejmującym pełne spektrum siedliskowe oraz wiekowe w całym obszarze występowania sosny zwyczajnej w Polsce.

## WNIOSKI

Kształt pnia sosny zwyczajnej z badanych drzewostanów rosnących na badanych siedliskach różnił się istotnie. Dokładne przewidywanie kształtu pnia drzew uwzględniające lokalne warunki wzrostu wymaga konstrukcji modeli lokalnych. Można w tym celu z powodzeniem wykorzystywać proste modele zbieżności, które poprzez przewidywanie grubości drzew na dowolnej wysokości pozwalają obliczać również miąższość dowolnych fragmentów pnia.

W analizowanych warunkach stwierdzono błąd systematyczny stosowanych powszechnie w praktyce modeli ogólnych, takich jak tablice miąższości drzew stojących oraz wzorów empirycznych do określania miąższości grubizny. Dokładniejsze przewidywanie miąższości grubizny sosny zwyczajnej może wymagać korekty parametrów stosowanych modeli ogólnych lub konstrukcji modeli lokalnych.

## PODZIĘKOWANIA

Pragnę podziękować panu Adamowi Mokrzyckiemu oraz pracownikom Nadleśnictwa Nowa Dęba za zebranie danych pomiarowych.

## PIŚMIENNICTWO

- Armston, J., Tang, H., Hancock, S., Hofton, M. A., Dubayah, R., ..., Disney, M. (2016). Integration of ALS and TLS for calibration and validation of LAI profiles from large footprint lidar. *AGUFM*, 2016, B54B-04. Pobrano z <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2016AGUFM.B54B..04A/abstract>
- Bronisz, K., Zasada, M. (2019). Comparison of fixed- and mixed-effects approaches to taper modeling for Scots pine in west Poland. *Forests*, 10(11), 975. <https://doi.org/10.3390/f10110975>
- Bruchwald, A. (2004). Pośredni sposób budowy modelu przekroju podłużnego strzały bez kory sosny. *Sylwan*, 148(8), 3–7. <https://doi.org/10.26202/sylwan.2004060>
- Bruchwald, A., Dudek, A., Michalak, K., Rymer-Dudzińska, T., Wróblewski, L., Zasada, M. (2000). Wzory empiryczne do określania wysokości i pierśnicowej liczby kształtu grubizny drzewa. *Sylwan*, 10, 5–13.
- Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T. (1978). Tablice liczb kształtu strzał w korze i bez kory dla sosny. *Zesz. Nauk. SGGW, Leśnictwo*, 26, 7–19.

- Cao, Q. V., Wang, J. (2011). Calibrating fixed- and mixed-effects taper equations. *For. Ecol. Manag.*, 262, 671–673. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2011.04.039>
- Czuraj M. (1998). *Tablice miąższości kłód odziomkowych i drzew stojących*. Warszawa: Oficyna Edytorska Wydawnictwa „Świat”.
- Dobre, A. C., Pascu, I. S., Leca, Ș., Garcia-Duro, J., Dobrota, C. E., Tudoran G. M., Badea O. (2021). Applications of tIs and aIs in evaluating forest ecosystem services: A southern carpathians case study. *Forests*, 12(9). <https://doi.org/10.3390/f12091269>
- Fabrika, M., Pretzsch, H. (2013). *Forest Ecosystem Analysis and Modelling*. Zvolen: Technical University in Zvolen, Department of Forest Management and Geodesy.
- Giannetti, F., Puletti, N., Quatrini, V., Travaglini, D., Botalico, F., Corona, P., Chirici, G. (2018). Integrating terrestrial and airborne laser scanning for the assessment of single-tree attributes in Mediterranean forest stands. *Eur. J. Rem. Sens.*, 51(1), 795–807. <https://doi.org/10.1080/22797254.2018.1482733>
- Jelonek, T., Pazdrowski, W., Arasimowicz, M., Tomczak, A., Walkowiak, R., Szaban, J. (2008). The applicability of the Pipe Model Theory in trees of Scots pine of Poland. *J. For. Sci.*, 54(11), 519–531. <https://doi.org/10.17221/28/2008-jfs>
- Kangas, A., Henttonen, H. M., Pitkänen, T. P., Sarkkola, S., Heikkinen, J. (2020). Re-calibrating stem volume models – is there change in the tree trunk form from the 1970s to the 2010s in Finland? *Silva Fennica*, 54(4), 1–23. <https://doi.org/10.14214/sf.10269>
- Kozak, A. (1997). Effects of multicollinearity and autocorrelation on the variable-exponent taper functions. *Can. J. For. Res.*, 27(5), 619–629. <https://doi.org/10.1139/x97-011>
- Kozak, A. (2004). My last words on taper equations. *For. Chron.*, 80 (4), 507–515. <https://doi.org/10.5558/tfc80507-4>
- Lehnebach, R., Beyer, R., Letort, V., Heuret, P. (2018). The pipe model theory half a century on: A review. *Ann. Bot.*, 121(5), 773–795. <https://doi.org/10.1093/aob/mcx194>
- Lejeune, G., Ung, C.-H., Fortin, M., Guo, X. J., Lambert, M.-C., Ruel, J.-C. (2009). A simple stem taper model with mixed effects for boreal black spruce. *Eur. J. For. Res.*, 128, 505–513. <https://doi.org/10.1007/s10342-009-0300-8>
- Li, R., Weiskittel, A. R. (2010). Comparison of model forms for estimating stem taper and volume in the primary conifer species of the North American Acadian Region. *Ann. For. Sci.*, 67, 302–302. <https://doi.org/10.1051/forest/2009109>
- Luoma, V., Saarinen, N., Kankare, V., Tanhuanpää, T., Kaartinen, H., ..., Vastaranta, M. (2019). Examining changes in stem taper and volume growth with two-date 3D point clouds. *Forests*, 10(5), 1–14. <https://doi.org/10.3390/f10050382>
- Mäkelä, A. (2002). Derivation of stem taper from the pipe theory in a carbon balance framework. *Tree Physiol.*, 22(13), 891–905. <https://doi.org/10.1093/treephys/22.13.891>
- McTague, J. P., Weiskittel, A. (2021). Evolution, history, and use of stem taper equations: A review of their development, application, and implementation. *Can. J. For. Res.*, 51(2), 210–235. <https://doi.org/10.1139/cjfr-2020-0326>
- Metzger, K. (1893). Der Wind als massgebender Faktor für das Wachstum der Bäume. *Mündener Forstliche Hefte*, 3, 35–86.
- Morgan, J., Cannell, M. G. R. (1994). Shape of tree stems—a re-examination of the uniform stress hypothesis. *Tree Physiol.*, 14(1), 49–62. <https://doi.org/10.1093/treephys/14.1.49>
- Muhairwe, C. K. (2011). Tree form and taper variation over time for interior lodgepole pine. *Can. J. For. Res.*, 24(9), 1904–1913. <https://doi.org/10.1139/x94-245>
- Petrauskas, E., Rupšys, P., Memgaudas, R. (2011). q-exponential Variable-form of a Stem Taper and Volume Model for Scots Pine (*Pinus sylvestris* L.) in Lithuania. *Balt. For.*, 17(1), 118–127.
- R Core Team (2022). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria. Pobrano z <https://www.r-project.org/>
- Salekin, S., Catalán, C. H., Boczniewicz, D., Phiri D., Morgenroth, J., Meason, D. F., Mason, E. G. (2021). Global tree taper modelling: A review of applications, methods, functions, and their parameters. *Forests*, 12(7), 1–20. <https://doi.org/10.3390/f12070913>
- Shinozaki, K., Yoda, K., Hozumi, K., Kira, T. (1964a). A quantitative analysis of plant form – the pipe model theory: I. Basic analyses. *Jap. J. Ecol.*, 14(3), 97–105. [https://doi.org/10.18960/seitai.14.3\\_97](https://doi.org/10.18960/seitai.14.3_97)
- Shinozaki, K., Yoda, K., Hozumi, K., Kira, T. (1964b). A quantitative analysis of plant form – the pipe model theory: II. Further evidence of the theory and its application in forest ecology. *Jap. J. Ecol.*, 14 (4), 133–139. [https://doi.org/10.18960/seitai.14.4\\_133](https://doi.org/10.18960/seitai.14.4_133)
- Sloboda, B. (1984). Bestand Individuelles biometrisches Schaftform Modell zur Darstellung und zum Vergleich von Formigkeit und Sortimentausbeute sowie Inventur DVFF Sektion Ertragskunde. Neustadt a.d. Weinstraße ss. 4/1–4/36.

- Socha, J. (2002). A taper model for Norway spruce (*Picea abies* (L.) Karst.). *Electron. J. Pol. Agric. Univ.*, 5 (2), 1–8.
- Socha, J. (2003). Ocena dokładności wybranych sposobów określania miąższości drzew stojących w górskich drzewostanach świerkowych. *Sylvan*, 147(4), 78–86. <https://doi.org/10.26202/sylvan.2003043>
- Socha, J. (2004). Zastosowanie trygonometrycznego modelu zbieżystości do określania kształtu strzał świerka. *Sylvan*, 148(4), 3–10. <https://doi.org/10.26202/sylvan.2004085>
- Socha, J., Kubik, I. (2005). Model zbieżystości strzał dla górskich drzewostanów świerkowych średnich klas wieku A taper model for mountain spruce stands in medium age classes. *Sylvan*, 149(1), 42–52. <https://doi.org/10.26202/sylvan.9200414>
- Socha, J., Netzel, P., Cywicka, D. (2020). Stem taper approximation by artificial neural network and a regression set models. *Forests*, 11(1). <https://doi.org/10.3390/f11010079>
- Stereńczak, K., Mielcarek, M., Wertz, B., Bronisz, K., Zajączkowski, G., ..., Skorupski, M. (2019). Factors influencing the accuracy of ground-based tree-height measurements for major European tree species. *J. Environ. Manag.*, 231 (June 2018), 1284–1292. <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2018.09.100>
- Wertz, B., Bembenek, M., Karaszewski, Z., Ochał, W., Skorupski, M., ..., Mederski, P. S. (2020). Impact of stand density and tree social status on aboveground biomass allocation of Scots Pine *Pinus sylvestris* L. *Forests*, 11(7), 765. <https://doi.org/10.3390/f11070765>

## THE INFLUENCE OF LOCAL HABITAT CONDITIONS ON THE STEM SHAPE AND THE ACCURACY OF DETERMINING THE MERCHANTABLE VOLUME OF THE SCOTS PINE

### ABSTRACT

The shape of a tree stem can be described by taper models, which are a mathematical approach to changes in diameter together with height that allows predictions of the volume of selected parts of the stem. The aim of the study was to evaluate the differences in stem shape of Scots pine growing in different habitats and to develop local taper models specific for the habitats studied, as well as a common model. In addition, the error in determining the merchantable volume was evaluated using the developed local models and the general models used in forestry practise in the form of empirical formulae and volume tables of standing trees. The evaluation of the constructed taper models suggests that the shape of the pine stems under the tested conditions differs considerably depending on the location and that the tested general models for determining merchantable volume are subject to systematic error. A more accurate prediction of the merchantable volume of Scots pine may require a correction of the parameters of the general models or the construction of local models.

**Keywords:** *Pinus sylvestris* L., volume estimation, taper models